

OPERATIONS ET PUISSANCES ENTIERES D'UN NOMBRE RELATIF

I. Définition :

1) Puissance entière d'un nombre d'exposant positif :

Propriété :

Quel que soit le nombre relatif a ,

Si n est un entier supérieur ou égal à 2, alors $a^n = \underbrace{a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$

Formule n°1

Formule n°2

De plus, $a^1 = a$ et pour $a \neq 0$, $a^0 = 1$

Formule n°3

Vocabulaire :

- a^n se lit « a puissance n » ou encore « a exposant n »
- Le nombre n est appelé **exposant**.

Exemple :

Ici, c'est le nombre -2 qui est la puissance 4
(Grâce aux parenthèses)

Ici, c'est le nombre 3 qui est la puissance 2 (Car il n'y a pas de parenthèses)

$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

3 facteurs

$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 32$

4 facteurs

$-3^2 = -3 \times 3 = -9$

2 facteurs

A vous de jouer :

$3^5 = \dots\dots\dots$

$(-4)^3 = \dots\dots\dots$

$10^6 = \dots\dots\dots$

$-1^7 = \dots\dots\dots$

2) Puissance entière d'un nombre d'exposant négatif :

Définition :

Quel que soit le nombre relatif a ,

Si $a \neq 0$, alors le nombre a^{-n} est l'inverse de a^n

C'est-à-dire que pour $a \neq 0$, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Formule n°4

Exemple :

$5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{125}$

$(-2)^{-4} = \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)} = \frac{1}{32}$

Il suffit d'appliquer la définition précédente, puis de déterminer le dénominateur avec le 1)

A vous de jouer :

$3^{-5} = \dots\dots\dots$

$(-4)^{-3} = \dots\dots\dots$

$10^{-6} = \dots\dots\dots$

$-1^{-7} = \dots\dots\dots$

II. Opérations et puissances entières :

Propriété :

Si a et b sont des nombres relatifs non nuls et si n et m sont des entiers relatifs

▪ $a^m \times a^n = a^{m+n}$ Formule n°5

▪ $a^n \times b^n = (a \times b)^n$ Formule n°7

▪ $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ Formule n°6

▪ $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ Formule n°8

▪ $(a^m)^n = a^{n \times m}$ Formule n°7

Exemple :

Formule n°5
 $2^5 \times 2^{-4} = 2^{5+(-4)} = 2^1 = 2$

Formule n°7
 $(3^{-4})^5 = 3^{-4 \times 5} = 3^{-20}$

Formule n°6
 $\frac{5^{-4}}{5^{-2}} = 5^{-4 - (-2)} = 5^{-4 + (+2)} = 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{5 \times 5} = \frac{1}{25}$

Formule n°8
 $2^{11} \times 7^{11} = (2 \times 7)^{11} = 14^{11}$

- **A vous de jouer :** Ecrire les calculs suivants sous la forme d'une seule puissance.
 (Vous détaillerez au maximum votre raisonnement)

$A = 2^4 \times 2^{-3} = \dots\dots\dots$

$B = \frac{5^4}{5^2} = \dots\dots\dots$

$C = 2^3 \times 4^3 = \dots\dots\dots$

$D = \frac{10^6}{5^6} = \dots\dots\dots$

$E = (5^9)^{-4} = \dots\dots\dots$

$F = (-3)^{-4} \times (-3)^{-1} = \dots\dots\dots$

$G = \frac{(-4)^{-1}}{(-4)^{-4}} = \dots\dots\dots$

$H = ((-3)^{-5})^3 = \dots\dots\dots$